



5 000858

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION

**concours d'élève titulaire de l'ENSAI
concours externe d'attaché de l'INSEE**

MAI 2005

SPECIALITE ECONOMIE

composition de mathématiques

Durée : 4 heures

L'usage des calculatrices est interdit.

Le sujet comprend 6 pages (y compris celle-ci).

Le sujet est composé de deux exercices et de deux problèmes indépendants.

Tournez la page S.V.P.

Dans tout ce qui suit, \mathbb{R} désigne l'ensemble des nombres réels et \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes.

Exercice 1 :

Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{R} de dimension n et soit f un endomorphisme de E , c'est-à-dire une application linéaire de E dans E . On suppose qu'il existe un entier naturel $p \geq 2$ tel que $f^p = 0$ et $f^{p-1} \neq 0$.

1. Soit $x \in E$ tel que $f^{p-1}(x) \neq 0$. Montrer que $\{x, f(x), \dots, f^{p-1}(x)\}$ est une famille libre de E .
2. En déduire que $p \leq n$.
3. Etablir que $\{0_E\} \subset \text{Ker} f \subset \text{Ker} f^{p-1} \subset \text{Ker} f^p = E$.

Exercice 2 :

Soit un espace vectoriel E sur \mathbb{R} , de dimension finie n .

On considère une base $\Delta = \{e_1, \dots, e_n\}$ de E .

On appelle forme bilinéaire toute application de $E \times E$ dans \mathbb{R} linéaire par rapport à chaque variable lorsque l'autre est fixée. On admet que l'ensemble des formes bilinéaires est un espace vectoriel sur \mathbb{R} .

Formellement, $\phi: \begin{matrix} E \times E \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \rightarrow \phi(x, y) \end{matrix}$ est une forme bilinéaire si et seulement si pour tout (x_1, x_2, y_1, y_2) de E

et pour tout $(\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2)$ de \mathbb{R} :

$$\phi(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2, y_1) = \lambda_1 \phi(x_1, y_1) + \lambda_2 \phi(x_2, y_1)$$

et

$$\phi(x, \mu_1 y_1 + \mu_2 y_2) = \mu_1 \phi(x, y_1) + \mu_2 \phi(x, y_2).$$

On considère dans tout ce qui suit une forme bilinéaire $\phi: \begin{matrix} E \times E \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \rightarrow \phi(x, y) \end{matrix}$.

Soit la matrice B de terme général $(B)_{ij} = \phi(e_i, e_j)$.

1. Si v vecteur de E admet le vecteur colonne $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ pour système de coordonnées dans la base

Δ et w vecteur de E admet le vecteur colonne $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ pour système de coordonnées dans la base Δ ,

montrer que $\phi(v, w) = {}^t X B Y$, où ${}^t X$ désigne la transposée de X .

2. Montrer que si pour tout (v, w) de E , $\phi(v, w) = \phi(w, v)$ alors ${}^t B = B$.
3. Montrer que si ${}^t B = B$ alors pour tout (v, w) de E , $\phi(v, w) = \phi(w, v)$. Une telle forme bilinéaire est alors dite **symétrique**.

4. Montrer que l'ensemble des matrices symétriques à coefficients réels, c'est-à-dire des matrices M telles que ${}^tM = M$, est un sous-espace vectoriel sur \mathbb{R} de l'espace vectoriel des matrices à coefficients réels.
5. Montrer que l'ensemble des formes bilinéaires symétriques est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel des formes bilinéaires de dimension $\frac{n(n+1)}{2}$.
6. Soit ψ une forme bilinéaire symétrique. On définit une application $q : E \rightarrow \mathbb{R}$ qui à tout v de E associe $q(v) = \psi(v, v)$. Une telle application est appelée **forme quadratique associée** à ψ .
- a) Montrer que :
- $$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall v \in E, q(\lambda v) = \lambda^2 q(v) \text{ et } \forall (v, w) \in E \times E, q(v + w) = q(v) + q(w) + 2\psi(v, w)$$
- b) En déduire que pour tout (v, w) de E , $\psi(v, w) = \frac{1}{4}[q(v+w) - q(v-w)]$.
7. Montrer que si f est un endomorphisme de E tel que pour tout $v \in E$ $q(f(v)) = q(v)$ alors pour tout (v, w) de E , $\psi(f(v), f(w)) = \psi(v, w)$.

Tournez la page S.V.P.

Problème 1 :

Soit $F(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. On se propose d'étudier le comportement de $F(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

1. Montrer que la fonction F est définie pour tout réel positif.

2. Montrer que F est une fonction impaire strictement croissante.

3. Soit $I_n = \int_1^n e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, pour n entier naturel strictement positif. Montrer que la suite $(I_n)_{n>0}$ est une suite strictement croissante.

4. Soit $f(u) = ue^{-u}$, $u \geq 0$. Montrer que f est dérivable sur son domaine de définition et calculer sa dérivée $f'(u)$. En déduire que pour tout $u \geq 0$, $f(u) \leq \frac{1}{e}$.

5. Soit $J_n = \int_1^n \frac{dt}{t^2}$, pour n entier naturel strictement positif. Déduire de la question précédente que

$$I_n \leq \frac{2}{e} J_n.$$

6. Calculer J_n pour tout n entier naturel strictement positif. En déduire que la suite $(I_n)_{n>0}$ est majorée et démontrer qu'elle converge vers une limite finie I quand n tend vers $+\infty$.

7. Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{x} e^{-\frac{x^2}{2}}$ définie pour tout $x > 0$. Montrer que g est dérivable sur son domaine de définition et calculer sa dérivée $g'(x)$. En déduire la relation :

$$g(x) - g(b) = \int_x^b e^{-\frac{t^2}{2}} \left(1 + \frac{1}{t^2}\right) dt \text{ pour } b > x > 0.$$

8. Soient m et n deux entiers naturels tels que $0 < n < m$. Démontrer l'inégalité :

$$I_m + g(m) < I_n + g(n)$$

9. Soit la fonction $h(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3}\right) e^{-\frac{x^2}{2}}$ définie pour tout $x > 0$. Montrer que h est dérivable sur son domaine de définition et calculer sa dérivée $h'(x)$.

10. En déduire la formule $h(x) - h(b) = \int_x^b e^{-\frac{t^2}{2}} \left(1 - \frac{1}{t^2} - \frac{6}{t^4}\right) dt$ pour tout $b > x > 0$.

11. Démontrer l'inégalité $I_m + h(m) > I_n + h(n)$, pour m et n entiers naturels tels que $0 < n < m$.

Problème 2

Préliminaire

On rappelle que le nombre complexe z , $z \in \mathbb{C}$ corps des complexes, peut s'écrire sous les formes algébrique et trigonométrique :

(1) $z = a + ib, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$

(2) $z = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) = \rho e^{i\theta}$

a) Ecrire a et b en fonction de z et de son conjugué \bar{z} .

b) Ecrire $\cos \theta$ et $\sin \theta$ en fonction de $e^{i\theta}$ et de $e^{-i\theta}$.

Première partie

On considère, pour tout entier n strictement positif, les fonctions f_n et g_n d'une variable réelle définies, pour $0 \leq x \leq \pi/2$, par :

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n \cos 2kx \quad g_n(x) = \sum_{k=1}^n \sin 2kx$$

1. Calculer $f_n(0)$ et $g_n(0)$.

2. En écrivant $\cos 2kx + i \sin 2kx = e^{i2kx}$, montrer que $f_n(x)$ peut pour $0 < x \leq \pi/2$, se mettre sous la forme :

$$f_n(x) = \frac{\sin(2n+1)x - \sin x}{2 \sin x}$$

Donner une expression analogue pour $g_n(x)$ pour $0 < x \leq \pi/2$.

3. α et β étant deux nombres réels, on considère la fonction $h(x)$ définie pour tout $0 \leq x \leq \pi/2$ par :

$$h(x) = \frac{\alpha x + \beta x^2}{\sin x} \text{ pour } 0 < x \leq \pi/2$$
$$h(0) = \alpha$$

Montrer que h est dérivable sur $[0, \pi/2]$. Calculer alors sa dérivée $h'(x)$ pour $x \in [0, \pi/2]$. Montrer que h' est continue sur $[0, \pi/2]$.

4. Pour tout entier n strictement positif, on définit l'intégrale :

$$H(n) = \int_0^{\pi/2} h(x) \sin nx dx$$

a) Montrer que l'intégrale $H(n)$ ainsi définie existe.

b) En utilisant une intégration par parties, démontrer qu'il existe un réel K indépendant de l'entier n tel que pour tout entier n strictement positif, on a :

$$|H(n)| \leq K/n$$

En déduire la limite de $H(n)$ quand n tend vers $+\infty$.

Deuxième partie

On considère la suite définie, pour tout entier n strictement positif, par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$$

On note U la limite, si elle existe, de u_n quand n tend vers $+\infty$: $U = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$

1. On note $J(k; \alpha, \beta)$ l'intégrale suivante :

$$J(k; \alpha, \beta) = \int_0^{\pi/2} (\alpha x + \beta x^2) \cos 2kx dx$$

Montrer que : $J(k; \alpha, \beta) = \frac{[(-1)^k (\alpha + \beta\pi) - \alpha]}{4k^2}$

2. Déterminer un couple de valeurs (α^*, β^*) pour (α, β) tel que $J(k; \alpha^*, \beta^*) = \frac{1}{4k^2}$.

On conservera les valeurs (α^*, β^*) de (α, β) pour toute la suite du problème.

3. Montrer que : $u_n = 4 \int_0^{\pi/2} (-x + \frac{x^2}{\pi}) f_n(x) dx$.

4. Démontrer alors que u_n peut se mettre sous la forme :

$$u_n = 2H(2n+1) - 2 \int_0^{\pi/2} (-x + \frac{x^2}{\pi}) dx$$

où H est l'intégrale introduite à la question 4 de la première partie, la fonction h intervenant dans son expression étant prise avec les valeurs (α^*, β^*) des paramètres (α, β) .

5. En déduire que $U = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$ existe et donner la valeur de U .



5 000827

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION

**concours d'élève titulaire de l'ENSAI
concours externe d'attaché de l'INSEE**

MAI 2005

SPECIALITE ECONOMIE

composition d'ordre général

Durée : 3 heures

« Faut-il être de son temps ? »



5 000822

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION

**concours d'élève titulaire de l'ENSAI
concours externe d'attaché de l'INSEE**

MAI 2005

SPECIALITE ECONOMIE

composition d'économie

Durée : 4 heures

L'usage des calculatrices est interdit.

Le sujet comprend 8 pages (y compris celle-ci).

L'épreuve est composée d'une partie consacrée à la macro-économie et d'une partie consacrée à la micro-économie. Ces deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre.

La partie consacrée à la macro-économie comprend deux exercices indépendants qui peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

La partie consacrée à la micro-économie comprend deux exercices indépendants qui peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

La correction tiendra le plus grand compte de la qualité des interprétations données, et de la clarté de l'analyse.

Partie MACRO-ECONOMIE (10 points)

Partie 1 : Robert MUNDELL, le premier théoricien de l'Euro (7,5 points)

Le texte ci-dessous de Denis Clerc est issu du n°176 d'Alternatives Economiques (12/1999).

C'est le précurseur de l'euro et le théoricien du triangle des incompatibilités que l'académie Nobel a couronné cette année. Un keynésien qui croit que le marché peut conduire à l'équilibre, mais que la main de la puissance publique est nécessaire pour y parvenir.

Keynes avait bâti l'ensemble de sa réflexion dans le cadre d'une économie relativement fermée. Non pas, bien entendu, qu'il ait cru à l'autarcie ou qu'il l'ait proposée comme idéal : se situant dans une économie de marché, il ne remettait en cause ni l'intérêt ni le rôle du commerce international. Mais les obstacles à la libre circulation des capitaux dans les années 30 étaient suffisamment importants pour qu'il retienne l'hypothèse du "charbonnier maître chez lui" : chaque pays dispose de suffisamment d'autonomie pour déterminer sa propre politique économique, et les mouvements de capitaux ne viendront pas la faire échouer.

Il n'en est plus ainsi, puisque chacune des grandes économies est désormais immergée dans un monde où les capitaux circulent librement et parfaitement et où les taux de change fluctuent (sauf pour les monnaies liées entre elles, comme les monnaies de la zone euro, ou pour les monnaies où la liberté de change n'existe pas). Qu'est-ce que cela change ? Charbonnier est-il encore maître chez lui lorsque ses faits et gestes sont guettés par le monde entier et que les portes de sa maison sont largement ouvertes ? Cette question est à la base des travaux que Robert Mundell, l'économiste canadien qui vient de recevoir le prix Nobel d'économie, a développé dans les années 60¹.

Imaginons, par exemple, que le gouvernement d'un pays - qui pourrait être la France de 1981 - décide de stimuler l'activité économique, jugée trop faiblarde, par une augmentation des dépenses publiques non compensée par une augmentation analogue des recettes fiscales : le budget devient donc déficitaire (ou son déficit antérieur s'accroît) et on a affaire à une politique budgétaire à visée expansionniste. L'activité va-t-elle effectivement s'accroître ? Cela dépend, répond Robert Mundell, du mécanisme de change en vigueur, selon que le pays en question est dans un système de changes fixes ou flottants.

Des changes fixes et une politique budgétaire efficace

Dans le premier cas, qui correspond à la situation d'avant 1971, les autorités monétaires prennent l'engagement d'intervenir sur les marchés de changes toutes les fois que le taux de change officiel, déclaré par les autorités monétaires au Fonds monétaire international, s'éloigne de la parité fixe au-delà d'une certaine marge de tolérance. Si le taux de change a tendance à devenir inférieur à la parité, les autorités monétaires achètent alors la monnaie nationale, en livrant à la place des devises - c'est-à-dire des dollars ou d'autres monnaies étrangères librement convertibles en dollars -, de manière à faire remonter le taux de change. L'opération inverse (vente de la monnaie nationale et achat de devises) s'impose lorsque le taux de change monte trop par rapport à la parité.

Dans un tel système de change, que produit une politique budgétaire expansionniste ? La demande accrue stimule la production, donc permet d'augmenter les revenus des différents agents et, du coup, leur capacité d'épargne. Mais, en même temps, les besoins de financement du Trésor public (car il faut bien emprunter de quoi dépenser plus que les rentrées fiscales ne le permettent) pompent une partie de l'épargne. Si l'Etat décide d'injecter 100, donc d'emprunter cette somme, pour stimuler la demande, les revenus supplémentaires issus de cette stimulation ne vont permettre, dans un premier temps, de dégager peut-être 10 ou 20 d'épargne supplémentaire seulement : la relance ponctionne donc une partie de l'épargne du pays (ce que l'on appelle habituellement " l'effet d'éviction "). Ce qui tend à renchérir le taux d'intérêt. Et cette

¹ Au même moment qu'un autre économiste, américain, Marcus Fleming, qui se posait des questions identiques. C'est pourquoi les étudiants en économie passent tous par l'analyse du " modèle de Mundell-Fleming ".

hausse, à son tour, attire des capitaux extérieurs, puisque la rentabilité d'un placement dans ce pays augmente alors même que - vertu des changes fixes - le taux de change ne se modifie pas.

Cependant, il faut dévider la pelote jusqu'au bout. Car, à son tour, cette entrée de capitaux extérieurs a des effets sur la quantité de monnaie en circulation : pour changer les devises en monnaie nationale, la banque centrale a dû émettre une certaine quantité de cette dernière. Une partie de cette monnaie supplémentaire est absorbée par l'accroissement de l'activité, une autre par les achats de titres suscités par la hausse des taux d'intérêt, et le solde, enfin, par la progression des importations engendrée par le surcroît d'activité. Au total, dans un système de taux de change fixes, une politique budgétaire expansionniste suscite une hausse de l'activité, une progression des taux d'intérêt et une dégradation des échanges extérieurs de biens et de services (puisque les importations augmentent), compensée par un afflux de capitaux extérieurs. La politique budgétaire est donc efficace, même si elle provoque une hausse des taux d'intérêt.

Des changes flottants et une politique monétaire libérée

Que se passe-t-il dans un système de changes flottants ? Les modifications sont peu importantes : comme précédemment, l'activité progresse, le taux d'intérêt monte (effet d'éviction) et les capitaux extérieurs affluent. Mais, à la différence du cas précédent, cet afflux de capitaux extérieurs engendre une hausse du taux de change : la monnaie nationale est davantage demandée, son prix international (le taux de change) progresse donc, car il n'y a aucune obligation pour le pays concerné d'intervenir sur le marché des changes en vue de maintenir une parité (le taux de change " officiel ") qui n'existe plus. De ce fait, il n'y a pas, ou moins, de création monétaire intérieure.

En revanche, la hausse du taux de change de la monnaie nationale (son " appréciation ") renchérit d'autant le coût des exportations. Devenues plus chères pour les acheteurs étrangers, ces dernières reculent, tandis que la progression de l'activité, comme ci-dessus, stimule au contraire le flux des importations. Moins d'exportations, plus d'importations : la balance commerciale se détériore davantage que dans un système de changes fixes et l'effet stimulant des dépenses publiques est annulé. La politique monétaire gagne en autonomie, puisque les autorités ne sont pas contraintes de faire face à une augmentation de la masse monétaire, ce qui leur permet de faire varier celle-ci soit en hausse, soit en baisse, à leur gré. Les taux de change flottants réduisent donc l'efficacité de la politique budgétaire, mais donnent aux autorités un degré de liberté supplémentaire dans le domaine de la politique monétaire.

L'autre grand levier de l'action économique conjoncturelle des autorités publiques est justement la politique monétaire, c'est-à-dire le maniement des taux d'intérêt : en baisse pour stimuler l'activité, en hausse pour la ralentir. Qu'en est-il dans une économie ouverte ? Là encore, imaginons que les autorités décident de baisser les taux d'intérêt. Dans un régime de changes fixes, le départ de capitaux en quête de placements plus avantageux va engendrer une contraction de la quantité de monnaie en circulation, ce qui ne sera possible qu'au prix d'une contraction de l'activité économique : l'effet initial de stimulation est alors annulé et la politique monétaire en régime de changes fixes est sans effet sur l'activité. Dans un régime de changes flottants, au contraire, la baisse des taux d'intérêt et l'exode de capitaux que cela entraîne provoquent une baisse du taux de change, laquelle rend les exportations plus compétitives : l'activité progresse donc effectivement et la politique monétaire devient efficace.

La conclusion de Mundell est donc paradoxale : les changes flottants redonnent à un pays une capacité d'autonomie de sa politique économique (budgétaire et monétaire). Un message bien différent de celui des monétaristes, Milton Friedman en tête, pour qui le triomphe du marché dans le domaine du change sonne le glas également de l'intervention publique dans le domaine de la politique économique : cette dernière est au mieux inefficace, au pis perverse, car le laisser-faire est toujours et partout la meilleure des solutions.

L'économiste des " zones monétaires optimales "

Au fond, Robert Mundell, en bon keynésien, plaide en faveur d'un rôle actif des autorités dans le domaine de la régulation, et se borne à souligner que l'ouverture des économies, si elle modifie les mécanismes économiques, ne réduit pas la capacité d'intervention des autorités. Ce qui ne veut pas dire pour autant qu'elle peut s'exercer sans contrainte.

Au moment où Robert Mundell a publié ses travaux, dans les années 60, les taux de change fixes dominaient et rares étaient les économistes à se préoccuper de l'efficacité de la politique économique en changes flexibles. Ce côté précurseur est la force de Mundell. Car encore plus rares étaient ceux qui, comme lui, remettaient en cause l'existence des monnaies nationales et se demandaient à quelles conditions un ensemble de pays pourraient être tenter d'abandonner leur souveraineté monétaire pour créer une monnaie unique. L'article de 1961 de l'économiste canadien sur les "zones monétaires optimales" se demande comment un pays victime d'une crise et qui voudrait stimuler sa croissance peut relancer l'activité, dans la mesure où il a perdu la possibilité d'utiliser l'arme de la dévaluation pour stimuler la croissance en diminuant le prix des produits nationaux. Si les prix et les salaires ne peuvent pas baisser pour redonner de la compétitivité aux entreprises, alors la seule façon de s'en sortir pour les chômeurs victimes de la crise est de migrer dans les pays où il n'y a pas de crise. Or, la mobilité de la main-d'œuvre reste faible en Europe. Celle-ci ne peut donc être considérée comme une zone monétaire optimale.

Contrairement à la plupart de ses collègues anglo-saxons, Robert Mundell en conclut qu'il faut renforcer l'intégration européenne. Il est un ferme partisan de la monnaie unique : l'instauration d'un taux de change fixe entre les pays de la zone euro et d'une liberté de circulation totale des capitaux impose une politique économique commune, donc une banque centrale commune et des politiques économiques étroitement coordonnées. Il a fort bien vu que la construction monétaire européenne était un troc : moins de souveraineté nationale contre plus de souveraineté communautaire, puisque l'euro, au taux de change flottant vis-à-vis de chacune des autres devises, peut du même coup retrouver une politique économique autonome sans recourir à une limitation des mouvements de capitaux.

C'est un keynésien que les jurés du Nobel ont couronné cette année : il croit que le marché peut conduire à l'équilibre, mais que la main de la puissance publique est nécessaire pour y parvenir. Mais c'est aussi un économiste orthodoxe, voire traditionnel : il croit aux vertus de la libre circulation des capitaux et plaide donc en faveur des changes flottants. Economiste du juste milieu : ce n'est pas un hasard, sans doute, s'il est canadien, ce pont entre l'Amérique libérale et l'Europe social-démocrate.

A partir de ce texte² et de vos connaissances, répondre aux questions suivantes :

- 1. A quoi correspond l'hypothèse de mobilité des capitaux (Quels sont les facteurs déterminants et les différents degrés de mobilité des capitaux) ?*
- 2. Comment la représentation graphique IS-LM est-elle complétée par une représentation graphique de l'équilibre extérieur dans le plan (revenu national, taux d'intérêt national) (Quelle est la courbe supplémentaire et quels sont les déterminants de cette courbe) ?*
- 3. Dans cet article, l'auteur précise qu'une appréciation de la monnaie nationale détériore le solde de la balance commerciale. Son analyse peut être complétée par ce qu'il est convenu d'appeler la condition de Marshall-Lerner. Que savez-vous de cette condition, autrement connue sous le nom du théorème des élasticités-critiques ?*
- 4. Dans le même ordre d'idée, que représente la courbe en J ?*
- 5. Les mécanismes de la politique budgétaire décrits par Mundell le sont dans une économie ouverte caractérisée par une forte mobilité des capitaux. Que deviennent ces mécanismes si le degré de mobilité des capitaux diminue, voire à la limite s'annule.*

² La cotation retenue pour le taux de change est la cotation au certain, i.e. le taux de change exprime le prix d'une unité monétaire nationale en monnaie étrangère et la dépréciation de la monnaie nationale se traduit donc par une baisse du taux de change.

- a) Vous distinguerez les mécanismes selon le régime de changes en vigueur.
- b) Vous illustrerez graphiquement votre propos à l'aide du schéma IS-LM-BP (i.e. représentation graphique dans le plan (revenu national, taux d'intérêt national) de l'équilibre du marché des biens et services, du marché de la monnaie et du marché des changes).
6. L'auteur précise que « les taux de change flottants ... donnent aux autorités un degré de liberté supplémentaire dans le domaine de la politique monétaire ». Décrivez les mécanismes d'une politique monétaire expansionniste en régime de change flexibles en fonction du degré de mobilité des capitaux.

Partie 2 : Quelques éléments de comptabilité nationale (2,5 points)

On considère une économie composée de trois branches B1, B2 et B3 et de trois produits P1, P2 et P3. On donne les éléments suivants sur ces branches et ces produits :

- Les consommations intermédiaires en produits P1 de la branche B1 : 10
- Les consommations intermédiaires en produits P3 de la branche B2 : 5
- Les consommations intermédiaires en produits P2 de la branche B3 : 15
- Le total des consommations intermédiaires en produits P1 : 35
- Le total des consommations intermédiaires en produits P3 : 20
- Le total des consommations intermédiaires de la branche B1 : 35
- Le coefficient technique de la consommation intermédiaire de produit P1 par la branche B3 : $a_{13} = 0,125$.
- Le coefficient technique de la consommation intermédiaire de produit P3 par la branche B3 : $a_{33} = 0,25$.
- L'utilisation finale de P1 : 35
- La production de la branche B3 : 40
- La production totale : 280
- Les importations de produits P1 : 10
- Les importations de produits P2 : 20
- Les importations totales : 40
- Le produit intérieur brut : 120

1. Donner la définition du Tableau des Entrées-Sorties (T.E.S.).
2. Donner la définition du coefficient technique.
3. Etablir le T.E.S.³ de cette économie (Préciser la démarche et les relations utilisées pour élaborer ce tableau).

Ressources				Entrées Intermédiaires				Emplois	
Production	IM	Total	Branches <i>Produits</i>	B1	B2	B3	Total CI	Utilisation finale	Total
			P1						
			P2						
			P3						
			Total CI						
			VAB						
			Production Totale						

³ Dans le tableau, IM désigne les importations, VAB la valeur ajoutée brute et CI les consommations intermédiaires.

Partie MICRO-ECONOMIE (10 points)

Exercice 1 (8,5 points) : Fusion de firmes

On observe empiriquement que les fusions ne sont pas toujours profitables. L'objet de cet exercice est d'étudier les conditions sous lesquelles elles le sont.

Soit un secteur industriel composé de $n \geq 2$ firmes produisant un bien homogène. La firme i ($i=1$ à n) produit le bien en quantité $y_i \geq 0$. Son coût de production est $C_i(y_i) = c$, une constante positive. La fonction de demande inverse est : $p(y) = 1-y$ où $y = \sum_i y_i$ est l'offre totale du bien homogène.

Question 1. Oligopole de Cournot.

On suppose ici qu'il n'y a pas de fusion. On appelle solution de Cournot du jeu de l'oligopole, le vecteur d'offres (y^*_1, \dots, y^*_n) tel que si un agent i_0 n'offre pas $y^*_{i_0}$ étant donné que tous les autres agents j offrent y^*_j , $j \neq i_0$, alors il (l'agent i_0) obtient un profit plus petit (que celui qu'il aurait eu en offrant $y^*_{i_0}$).

S'il n'y a pas de risque de confusion, nous appellerons y^*_i , l'offre optimale de l'agent i .

1.1. Donner l'expression du profit de la firme i notée $\pi_i(y_1, \dots, y_n)$.

1.2. Montrer que le profit de la firme i peut s'écrire en fonction de y de la manière suivante :

$$\pi_i(y) = p(y) \cdot (y - \sum_{j \neq i} y_j) - c$$

1.3. Montrer que la fonction $\pi_i(y)$ précédente est strictement concave.

1.4. a) Résoudre le programme de maximisation suivante :

$$\begin{aligned} & \text{Max } \pi_i(y) \\ & \quad y \\ & \text{Sous la condition } y \geq 0 \end{aligned}$$

b) En déduire que la meilleure réponse de la firme i à la production y , est :

$$y_i = 1-y$$

On va la noter $y_i = \phi_i(y) = 1-y$ et l'appeler fonction de réaction de la firme i à la production totale y .

1.5. Soit $\phi(y) = \sum_i \phi_i(y)$ que nous appellerons fonction de réaction inclusive. Expliquer brièvement pourquoi l'assertion suivante est vraie :

*(y^*_1, \dots, y^*_n) est une solution de Cournot si et seulement si*

$y^ = \sum_i y^*_i$ est un point fixe de ϕ (c'est-à-dire $\phi(y^*) = y^*$).*

1.6. En déduire l'offre optimale y^*_i de la firme i , ainsi que l'offre totale y^* .

1.7. Calculer le prix de marché $p(y^*)$, le profit π^*_i de la firme i , et le profit total du secteur noté π^* .

Question 2. Fusion.

Supposons maintenant que m+1 firmes fusionnent, où $m+1 < n$. Par ailleurs pour simplifier les calculs, nous supposons que $C_i(y_i) = c=0$.

2.1. De combien de firmes le secteur industriel est-il maintenant composé ?

2.2. En déduire (sans calcul) l'offre optimale \bar{y}_i de la firme i, l'offre totale \bar{y} , le prix de marché $p(\bar{y})$,

le profit $\bar{\pi}_i$ de la firme i, ainsi que $\bar{\pi}$ le profit total dans le secteur.

2.3. a) Comparer $\bar{\pi}_i$ et π^*_i .

b) Expliquer.

2.4. Commenter la fonction suivante $g(m) = \bar{\pi}_i - (m+1).\pi^*_i$;

2.5. Quel est le signe de $g(0)$ et de la limite de $g(m)$ lorsque m tend vers n-1.

2.6. Montrer que g est décroissante en m=0 et que g est strictement convexe (pour tout $m < n-1$).

2.7. En déduire l'allure de la courbe g.

On remarque (de l'allure de g) qu'il existe un seuil $\bar{m} \neq 0$ en lequel g s'annule et au-delà duquel g est positive (pour tout $m < n-1$). C'est ce seuil (en pourcentage) que nous souhaitons maintenant déterminer.

2.8. Soit $\alpha = (m+1)/n$.

a) Ecrivez g en fonction de α et de n. On notera un tel g par $g(\alpha)$.

b) Montrer rigoureusement que l'équation $g(\alpha) = 0$ admet les trois racines suivantes :

$$\alpha_1 = \frac{1}{n}, \quad \alpha_2 = \frac{2n + 3 - \sqrt{4n + 5}}{2n}, \quad \alpha_3 = \frac{2n + 3 + \sqrt{4n + 5}}{2n}$$

2.9. Pour tout $m < n-1$, dites pourquoi seule la racine α_2 nous intéresse.

2.10. On va considérer α_2 comme une fonction de n. Montrer que α_2 admet son minimum en $n=5$. En déduire qu'il faut qu'au moins 80% des firmes du secteur fusionnent pour que la fusion soit profitable.

2.11. En vous basant sur la question 2.3, expliquer économiquement le résultat précédent.

Exercice 2 (1,5 points) : Questions de Cours

Vrai ou Faux : justifier votre réponse.

Question 1. Un agent ne consomme que deux biens et consacre tout son revenu à l'achat de ces deux biens.

Ces derniers peuvent être inférieurs tous les deux.

Question 2. Un bien de luxe a une demande inélastique par rapport au prix.



5 000826

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION

**concours d'élève titulaire de l'ENSAI
concours d'attaché de l'INSEE**

MAI 2005

SPECIALITE ECONOMIE

composition d'anglais

Durée : 2 heures

Sans dictionnaire

Now spend it sensibly

As world leaders meet in Jakarta for talks on assisting the countries hit by the Indian Ocean tsunamis, aid, in a variety of forms, is being pledged more quickly than it can be spent. But have those who deliver it really learned from past mistakes?

“STINGY” it is not. On December 27th, the day after the Indian Ocean tsunamis struck, Jan Egeland, the emergency relief co-ordinator for the United Nations, denounced the meagre annual aid budgets of rich countries. He is now happy to call the world’s response to the Indian Ocean disaster “extraordinary”. The two statements are not contradictory. The share of their annual income that rich countries devote to aid—year-in, year-out support for the slow, painstaking business of development—has stagnated. But rich countries are mercifully quick to make grand gestures in the immediate aftermath of awful calamities. The gestures are getting grander, with countries outbidding each other in their generosity. Of course, all of this money is being pledged more quickly than it can be usefully spent.

Each dollar of aid provides a nominal claim on resources. But the resources that are needed in a disaster may not be immediately available off the shelf. Demand can outstrip supply; hard cash can run up against tight bottlenecks. Nowhere is this more obvious than in Aceh, Indonesia, the hardest-hit province of the worst-hit country. Banda Aceh, the regional capital, has only one airstrip, which was closed for part of Monday, after a cargo plane hit a water buffalo. For the first days after the disaster, it had only one functioning forklift truck. However much food, medicine and potable water is bought, it can be delivered only as fast as planes can be landed and offloaded. A moratorium on debt payments may be agreed by the so-called Paris Club of 19 creditor nations when they meet on January 12th. Indonesia owes \$47.8 billion to these countries and is scheduled to pay \$3.15 billion in principal and \$1.36 billion in interest in 2005. Six of the countries most affected by the disaster—Indonesia, Thailand, Sri Lanka, the Maldives, India and Somalia—have combined foreign debts of about \$270 billion.

In principle, there is little financial difference between offering aid and forgiving a debt or delaying payment of interest. Debt relief stops money flowing out of an indebted government’s budget. But an equivalent amount could just as easily flow into the government’s budget in the form of aid. In practice, however, debt relief is a more formal commitment than an aid pledge. Donors sometimes renege on their promises, or dally in fulfilling them, whereas creditors cannot easily reassert claims they have surrendered.

Adapted from *The Economist*, Jan 5th 2005

READ THE ENTIRE TEXT CAREFULLY BEFORE TRANSLATING THE PASSAGE INDICATED BELOW AND BEFORE ANSWERING THE QUESTIONS.

1. TRANSLATION:

Translate the first paragraph (imprimé en **gras**) from: “Stingy it is not.” To “... it can be usefully spent.”

(10 marks)

2. QUESTIONS:

a. Explain briefly or define, in English, the following terms, underlined in the text (NE PAS TRADUIRE):

(i) “off the shelf”, (ii) “outstrip”, (iii) “flowing out”, (iv) “reassert”, (v) surrendered”.

(2.5 marks)

b. What is, according to the article, the main advantage of the forgiving of debts for poor countries? (about 75 words)

(2.5 marks)

c. Discuss the pros and cons of aid relief and debt forgiving. (about 250 words)

(5 marks)